

Polo Olímpico de Treinamento Intensivo UFPR
Curso de Combinatória, Nível 3
1º semestre de 2018

Marcel Thadeu de Abreu e Souza
Vitor Emanuel Gulisz

Análise Combinatória
Problemas para aquecer

1. Simplifique as expressões abaixo.

(a) $\frac{2018!}{2016!}$

(b) $2018! + 2017!$

(c) $\frac{(n+1)! + n!}{(n+2)!}$

2. Simplifique o produto $20 \cdot 18 \cdot 16 \cdot \dots \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2$.

Permutações simples

3. Quantos são os anagramas da palavra CAMELO?

4. Um cubo de madeira tem uma face de cada cor. Quantos dados diferentes podemos formar gravando números de 1 a 6 sobre essas faces?

5. Permutam-se de todas as formas possíveis os algarismos 2, 3, 5 e 7, formando números de 4 dígitos. Qual é a soma dos números assim formados?

Permutações circulares

6. Maria tem tinta guache de 4 cores diferentes e quer pintar os quatro quadrados unitários de um quadrado de lado 2. De quantos modos ela pode fazer isso? Duas colorações são iguais se uma pode ser obtida a partir da outra através de uma rotação.

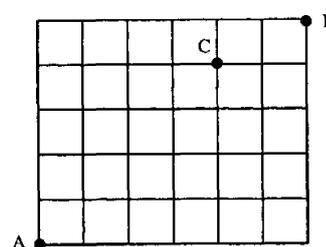
7. Quantas rodas de ciranda podem se formadas por 7 crianças?

8. De quantos modos podemos formar uma roda de ciranda com 7 crianças de modo que duas determinadas dessas crianças não fiquem juntas?

Permutações com repetições

9. Quantos anagramas a palavra BACANA possui?

10. A figura abaixo representa o mapa de uma cidade, na qual há 7 avenidas na direção norte-sul e 6 avenidas na direção leste-oeste.



- (a) Quantos são os trajetos de comprimento mínimo ligando o ponto A ao ponto B ?

- (b) Quantos desses trajetos passam por C ?

11. Uma partícula desloca-se sobre uma reta, percorrendo 1cm para a esquerda ou para a direita a cada movimento. Calcule de quantas maneiras diferentes a partícula pode realizar uma sequência de 8 movimentos terminados na posição de partida.

12. Quantas soluções inteiras não negativas possui a equação $x + y + z = 5$?

13. Quantas soluções inteiras positivas possui a equação $x + y + z + w = 11$?

14. Quantas soluções inteiras não negativas a inequação $x + y + z < 5$ possui?

15. Quantos números de 6 algarismos maiores que 800.000 podem ser formados usando exatamente os algarismos 1, 1, 8, 9, 9, 9?

16. De quantas maneiras é possível distribuir 30 bolas iguais entre 4 crianças de modo que cada uma delas receba, pelo menos, 6 bolas?

17. De quantas maneiras diferentes pode-se subir uma escada de 7 degraus, subindo um degrau ou dois degraus em cada passo?
18. Em um jogo de videogame é possível apertar os botões \circ , \times , \square e \triangle . Quantas sequências é possível obter
- apertando 3 botões quaisquer?
 - apertando 3 botões de modo que cada sequência tenha exatamente dois botões de um mesmo tipo? Um exemplo seria $\square \square \triangle$.
 - apertando 4 vezes apenas os botões \times e \square , ou \circ e \triangle ?
20. Em uma turma do nono ano há 21 alunos. A professora de Matemática desta turma decidiu fazer uma avaliação sobre equações do segundo grau, e pediu para que os alunos se dividissem em trios. Quantas possibilidades de trios os alunos podem fazer?
21. Um time de futebol é composto de 11 jogadores, sendo 1 goleiro, 4 zagueiros, 4 meio campistas e 2 atacantes. Considerando-se que o técnico dispõe de 3 goleiros, 8 zagueiros, 10 meio campistas e 6 atacantes, determine o número de maneiras possíveis que esse time pode ser formado.
22. Um baralho de um certo jogo de cartas possui n cartas distintas. Obtenha o valor de n sabendo que, com essas n cartas é possível obter 84 grupos diferentes de 3 cartas.

Combinações

19. Considere um grupo de 6 pessoas. Quantas duplas podemos formar a partir deste grupo?

Gabarito

- | | | | |
|--------------------------|-------------|------------|-------------|
| 1. (a) $2018 \cdot 2017$ | 6. 6 | 12. 21 | (b) 36 |
| (b) $2019 \cdot 2017!$ | 7. 720 | 13. 120 | (c) 32 |
| (c) $\frac{1}{(n+1)}$ | 8. 480 | 14. 35 | 19. 15 |
| 2. $2^{10} \cdot 10!$ | 9. 120 | 15. 40 | 20. 1330 |
| 3. 720 | 10. (a) 462 | 16. 84 | 21. 661.500 |
| 4. 720 | (b) 210 | 17. 21 | |
| 5. 113.322 | 11. 70 | 18. (a) 64 | 22. 9 |